双流体变温逆流式换热器的㶲分析

天津大学能源所　　顾雏军

摘　　要

本文对双流体变温逆流式换热器进行了㶲分析，提出了换热过程最佳匹配的概念，证明了无论是在最小换热温差相同，还是在对数平均温差相同的条件下，最佳匹配换热器都具有最高的能量利用率。本文分析了一个水—非共沸氟里昂混合物 $R12/R114$ 逆流换热器的例子，表明换热器的换热温差可以根据能源、工艺及材料价格进行优化。

一、导　　言

近年来，在致冷、供热及余热发电系统中应用非共沸混合工质的研究，正在逐步收到国内外研究人员的重视。应用非共沸混合工质的致冷，供热系统比较应用纯工质的致冷、供热系统具有一定的节能效果，这一点已基本得到肯定。在余热发电系统中，应用非共沸混合工质的研究，起步较晚，但已发表的文献也表明，跟纯工质系统相比具有一定的节能效果。

应用非共沸混合工质的致冷、供热及余热发电系统，其节能机理主要是由于非共沸混合工质的变温相变过程，使得在蒸发及冷凝过程中的不可逆换热损失减少，从而增加系统的㶲利用率。本文从热力学第二定律的角度，分析了逆流式换热器中非共沸混合工质的变温相变换热过程，提出了逆流换热器最佳匹配的概念，本文研究的结果表明，无论是在最小换热温差相同还是在对数平均温差相同的条件下，处在最佳匹配状态下的逆流式换热器，都具有最高的能量利用率。

二、逆流式换热器的最佳匹配

在致冷、供热及余热发电系统中，常用的换热器一般为水—工质换热器。在蒸发过程中，水将热量传给工质，在冷凝过程中，工质将热量传给水。在非共沸混合工质的换热器中，它的相变换热过程在 $T—S$ 图中，可近似为一条倾斜的直线，而水的非相变换热过程也可以在 $T—S$ 图上近似为一条倾斜的直线。(参见图 1)。我们定义，在一逆流式

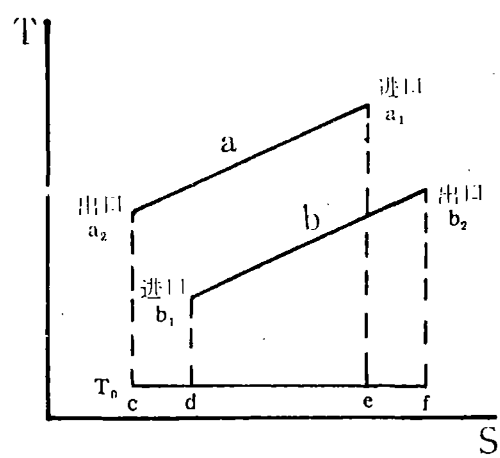

图 1

换热器中，如果两流体的换热过程在 $T—S$ 图上为两条平行线高温放热流体 a 和低温吸热流体 b(可以是平行曲线)，则这个换热过程，称为最佳匹配的换热过程，具有最佳匹配换热过程的换热器称为最佳匹配换热器。

定义换热器的㶲效率为：

$$\eta = \frac{\text{低温流体吸收的㶲}}{\text{高温流体放出的㶲}} \tag{1}$$

设高温流体的进口温度为 T_{a1}，熵为 S_{a1}，出口温度为 T_{a2}，熵为 S_{a2}，低温流体的进口温度为 T_{b1}，熵为 S_{b1}，出口温度为 T_{b2}，熵为 S_{b2}。设高温流体的流量为 G_a，低温流体的流量为 G_b。

如果换热过程在 $T—S$ 图上可近似为倾斜的直线，则单位质量的低温流体吸收的 E_b 等于图 1 中梯形 $b_1b_2fdb_1$ 所围成的面积，单位质量高温流体放出的 E_a 等于图 1 中梯形 $a_1eca_2a_1$ 所围成的面积。设 T_o 为环境温度，有：

$$E_a = (S_{a1} - S_{a2})(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)/2 \tag{2}$$

$$E_b = (S_{b2} - S_{b1})(T_{b1} + T_{b2} - 2T_o)/2 \tag{3}$$

根据换热器的热平衡原理，高温流体放出的热量，应该等于低温流体吸收的热量，故有：

$$G_a \frac{(T_{a1} + T_{a2})(S_{a1} - S_{a2})}{2} = G_b \frac{(T_{b1} + T_{b2})}{2}(S_{b2} - S_{b1}) \tag{4}$$

(1)式可以写成：

$$\eta = \frac{E_b G_b}{E_a G_a} \tag{5}$$

将(2)，(3)(4)式代入(5)式，可得

$$\eta = \frac{(T_{b1} + T_{b2} - 2T_o)(T_{a1} + T_{a2})}{(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)(T_{b1} + T_{b2})} \tag{6}$$

在最小换热温差不变的条件下，本文分四种情况来讨论㶲效率与换热温差的关系。

1. 当 T_{b1}，T_{b2}，T_{a1} 不变时，求 η 关于 T_{a2} 的导数可得：

$$\frac{d\eta}{dT_{a2}} = -\frac{2T_o(T_{b1} + T_{b2} - 2T_o)}{(T_{b1} + T_{b2})(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)^2} < 0 \tag{7}$$

上式表明，当 T_{b1}，T_{b2}，T_{a1} 不变时，η 是 T_{a2} 的单调下降函数，在最小换热温差固定的限制下，只有当 $T_{a2} - T_{b1} = T_{a1} - T_{b2} =$ 最小换热温差时，η 取得最大值。

2. 当 T_{b1}，T_{b2}，T_{a2} 不变时，求 η 关于 T_{a2} 的导数可得：

$$\frac{d\eta}{dT_{a1}} = -\frac{2T_o(T_{b1} + T_{b2} - 2T_O)}{(T_{b1} + T_{b2})(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)^2} < 0 \tag{8}$$

可见，在 T_{b1}，T_{b2}，T_{a2} 不变时，η 也是 T_{a1} 的单调下降函数，也只有当 $T_{a1} - T_{b2} = T_{a2} - T_{b1} =$ 最小换热温差时，η 取得最大值。

3. 当 T_{b1}，T_{a1}，T_{a2} 不变时，求 η 关于 T_{b2} 的导数可得

$$\frac{d\eta}{dT_{b2}} = \frac{2T_o(T_{a1} + T_{a2})}{(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)(T_{b1} + T_{b2})^2} > 0 \tag{9}$$

可见，当 T_{b1}，T_{a1}，T_{a2} 不变时，η 是 T_{b2} 的单调上升函数，在最小换热温差固定时，也只有当 $T_{a1} - T_{b2} = T_{a2} - T_{b1} =$ 最小换热温差时，η 取得最大值。

4. 当 T_{b2}，T_{a1}，T_{a2} 不变时，求 η 关于 T_{b1} 的导数可得：

$$\frac{d\eta}{dT_{b1}} = \frac{2T_o(T_{a1} + T_{a2})}{(T_{a1} + T_{a2} - 2T_o)(T_{b1} + T_{b2})^2} > 0 \tag{10}$$

由(10)式可知，当 T_{b2}，T_{a1}，T_{a2} 不变时，η 是 T_{b1} 的单调上升函数，当 $T_{a2}-T_{b1}=T_{a1}-T_{b2}=$ 最小换热温差时，η 取得最大值。

因此，可以得出结论，在保证最小换热温差一定时，最佳匹配的换热器具有最大的㶲效率。

在换热器的对数平均温差相同的条件下，上述结论是否也成立呢？

根据对数平均温差的定义，逆流式换热器的对数平均温差 $\triangle T_n$ 为：

$$\triangle T_n=\frac{(T_{a1}-T_{b1})-(T_{a2}-T_{b1})}{ln\frac{T_{a1}-T_{b2}}{T_{a2}-T_{b1}}} \qquad (11)$$

设 T_{b1}，T_{b2} 不变时，令 $\triangle T_1=T_{a1}-T_{b2}$，$\triangle T_2=T_{a2}-T_{b1}$ 用拉格朗日乘子法，求式(6)在条件 $\triangle T_n=C$（C 为常数）下的极值。

作函数：

$$F=\frac{(T_{b1}+T_{b2}-2T_o)(T_{a1}+T_{a2})}{(T_{b1}+T_{b2})(T_{a1}+T_{a2}-2T_o)}-\lambda\left[(T_{a1}-T_{b1})-(T_{a2}-T_{b1})-C\ln\frac{T_{a1}-T_{b2}}{T_{a2}-T_{b1}}\right]$$

$$=\frac{(T_{b1}+T_{b2}-2T_o)(\triangle T_1+\triangle T_2+T_{b1}+T_{b2})}{(T_{b1}+T_{b2})(\triangle T_1+\triangle T_2+T_{b1}+T_{b2}-2T_o)}-\lambda\left[\triangle T_1-\triangle T_2-C\ln\frac{\triangle T_1}{\triangle T_2}\right]$$

求 F 关于 $\triangle T_1$，$\triangle T_2$ 的偏导数，得一方程组：

$$\frac{\alpha F}{\alpha\triangle T_1}=\frac{-(T_{b1}+T_{b2}-2T_o)2T_o}{(T_{b1}+T_{b2})(\triangle T_1+\triangle T_2+T_{b1}+T_{b2}-2T_o)^2}-\lambda(1-C\frac{1}{\triangle T_1})=0$$

$$\frac{\alpha F}{\alpha\triangle T_2}=\frac{-(T_{b1}+T_{b2}-2T_o)2T_o}{(T_{b1}+T_{b2})(\triangle T_1+\triangle T_2+T_{b1}+T_{b2}-2T}+\lambda\left[1-C\frac{1}{\triangle T_2}\right]=0 \qquad (12)$$

$$\triangle T_1-\triangle T_2=C\ln\frac{\triangle T_1}{\triangle T_2}$$

解这组方程，可得：

$$2\triangle T_2\triangle T_1=C(\triangle T_1+\triangle T_2)$$

即 $$\triangle T_2=\frac{C\triangle T_1}{2\triangle T_1-C} \qquad (13)$$

将此式代入方程组(12)中的最后一式，即有：

$$\triangle T_1(2\triangle T_1-C)-C\triangle T_1-C(2\triangle T_1-C)ln\frac{2\triangle T_1-C}{C}=0 \qquad (14)$$

方程(14)解的状态分析比较困难。不过可以很明显地看出 $\triangle T_1=C$ 是方程(14)的一个解，为了证明这个解是方程(14)的唯一解，只要证明方程(14)的左边为 $\triangle T_1$ 的单调函数即可。

令：$$g=\triangle T_1(2\triangle T_1-C)-C\triangle T_1-C(2\triangle T_1-C)ln\frac{2\triangle T_1-C}{C}$$

$$\frac{dg}{d\triangle T_1}=4\triangle T_1-4C-2C\ln\frac{2\triangle T_1-C}{C}$$

$$=C\left\{4\frac{\triangle T_1}{C}-4-2\ln\left[1+2\left(\frac{\triangle T_1}{C}-1\right.\right.\right.$$

令: $X = \dfrac{\triangle T_1}{C}$

$$G = \frac{dg}{d\triangle T_1}$$

$$= C\{4X - 4 - 2ln[1 + 2(X-1)]\}$$

$$\frac{dG}{dx} = C\left[4 - \frac{4}{1 + 2(X-1}\right]$$

当 X 在区间 (0, 1) 之中时，$\dfrac{dG}{dx} < 0$，当 X 在区间 $(1,\infty)$ 之中时，$\dfrac{dG}{dx} > o$，当 $X = 1$，$\dfrac{dG}{dx} = 0$，因此，函数 G 在 $X = 1$ 点上，取得极小值，$G = 0$。故 $G = \dfrac{dg}{d\triangle T_1} > 0$，在 X 的两个区间 (0，1) 及 (1，∞) 内恒成立，这就证明了 g 在全区间 (0，∞) 中是单调函数。从而，$\triangle T_1 = C$ 是方程 (14) 的唯一解。将 $\triangle T_1 = C$ 代入式 (13) 得:

$$\triangle T_2 = \frac{C\triangle T_1}{2\triangle T_1 - C} = C$$

因此，$\triangle T_1 = \triangle T_2 = C$，是换热器烟效率，在 $\triangle T_n = C$ 的条件下，唯一的极值点，很明显，这是一个极大值点。

当 T_{a1}，T_{a2} 不变时，让 T_{b1}，T_{b2} 变化，用拉格朗日乘子法，求烟效率关于条件 $\triangle T_n = C$ 的条件极值，也可以得到同样的结论。

到此，我们就证明了无论在最小换热温差不变，还是在对数平均温差不变的条件下，最佳匹配的换热器具有最高的烟效率。

在一个非最佳匹配的换热过程中，要使换热过程得以进行，且保证一定的传热速率，则必存在一最小换热温度，如图 2 中 $T_{a2} - T_{b1}$，a_1a_2 为高温流体的放热过程，b_1b_2 为低温流体的吸热过程。如果用最佳匹配的换热过程 d_1a_2，及 b_1b_2 代替上述换热过程。则换热器的烟效率增加，且能保证换热器的最小传热速度不变，但换热器的换热面积必须增加。如果用最佳匹配的换热过程 C_1C_2 及 b_1b_2，代替换热过程 a_1a_2 及 b_1b_2，则换热面积不变，且最小传热速度增加，换热器的烟效率有一定的增加，但不及 d_1a_2 和 b_1b_2 的换热过程的烟效率增加得多。

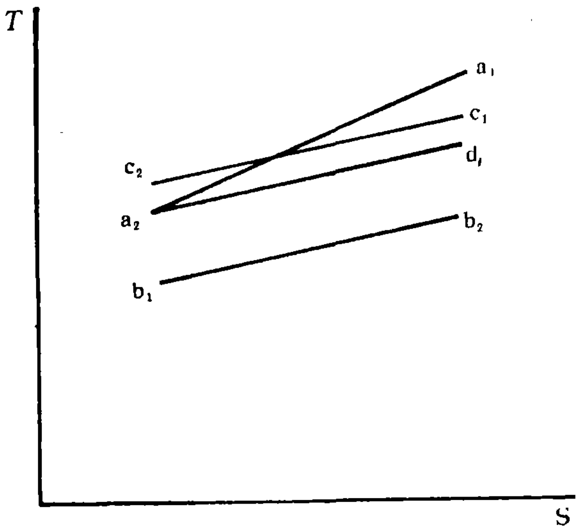

图2

三、一个换热器例子的分析

考虑一个水一氟里昂混合工质 R_{12} / R_{114} 的逆流式换热器，氟里昂混合工质为低温吸热流体，水为高温放热流体，在换热器中，氟里昂混合工质吸热，从 40℃ 的饱和液体，蒸发成 49。765℃ 的饱和蒸汽。混合工质 R_{12} 的摩尔浓度为 0.5，R_{114} 的摩尔浓度也为 0.5。换热器最小换热温差为 5℃。

1. 如果用 70℃ 的热水给氟里昂加热，热水出口温度为 45℃，设加热每公斤氟里昂所需热水量为 G_c 公斤，根据热平衡原理，有:

$$G_c C(T_{in}-T_{out})=(H_{fout}-H_{fin}$$

式中C为热水比热，本文取C

$=4.18KJ/kg\cdot K$，

$T_{in}=70℃$，$T_{out}=45℃$，H_{fin}，H_{fout} 分别为氟里昂的进出口焓，此例中$H_{fin}=457.31KJ/kg$，$H_{fout}=586.97KJ/kg$。因此，可求得$G_c=1.241kg/kg$。

换热器的㶲效率为：

$$\eta_I=\frac{H_{fout}-H_{fin}-T_o(S_{fout}-S_{fin})}{G_c\cdot C(T_{in}-T_{out}-T_o ln\frac{T_{in}}{T_{out}})}$$

T_o取0℃，本例中，氟里昂出口熵$S_{fout}=4.678KJ/kg\cdot K$，进口熵为$S_{fin}=4.276KJ/kg\cdot K$。计算得：

$\eta_i=0.8823$

对数平均换热温差为：

$$\triangle T_n^I=\frac{(T_{in}-T_{fout})-(T_{out}-T_{fin})}{ln\frac{T_{in}-T_{fout}}{T_{out}-T_{fin}}}$$

式中T_{fin}，T_{fout}分别为氟里昂的进出口温度，$T_{fin}=40℃$，

$T_{fout}=49.765℃$。可求得：

$\triangle T_n^I=10.898℃$

2. 如果用54.765℃的热水给氟里昂加热，热水出口温度为45℃，则换热器为最佳匹配，可求得：

$G_c=3.177kg/kg$

$\eta_{II}=0.9920$

$\triangle T_n^{II}=5℃$

传递相同热量，例(2)中的换热器的面积必须比例(1)中换热器面积大些，设例(2)中换热器面积为A_{II}，例(1)中换热器面积为A_i，则有：

$$\frac{A_{II}}{A_I}=\frac{\triangle T_n^I}{\triangle T_n^{II}}=2.179$$

即例(2)中换热器面积比例(1)中换热器面积增大了1倍以上。

3. 如果用60.663℃的热水给氟里昂加热，热水出口温度为50.898℃，则换热器也为最佳匹配，可求得：

$G_c=3.177kg/kg$

$\eta_{III}=0.9032$

$\triangle_n^{III}=10.898℃$

分析上述三例，可以看出，例(2)中最佳匹配换热器的㶲效率虽比例(1)增加12.43%，但例(2)所要求的换热面积却增加了一倍以上，例(3)中的最佳匹配换热器的换热面积与例(1)的换热面积与例(1)的换热面积相同，但㶲效率只增加了2.37%

因此，在实际换热器的设计中，存在一最经济的换热器，这个换热器应该是最佳匹配的，但其换热温差的选择要取决于能源、工艺及材料的价格。

四、结　　论

1. 在双流体变温逆流式换热器中，无论是在最小换热温差相同，还是在对数平均温差相同的条件下，最佳匹配的换热器都具有最高的㶲效率。

2. 在实际换热器的设计中，存在一最经济的换热器，这个换热器应该是最佳匹配换热器，但其换热温差的选择取决于能源、工艺及材料的价格。

（上接20页）

器"后，只要改为11片组合，同样能达到0.5t/h的额定出力，单金属耗量就减少了345kg/台，(扣除了变节距螺旋导流器的重量)。